

COMITATO NAZIONALE PER L'ENERGIA NUCLEARE  
Laboratori Nazionali di Frascati

LNF - 64/23  
27 Maggio 1964.

G. Verri: PROGRAMMI DI CALCOLO DELLE CINEMATICHE  
DELLE REAZIONI A DUE CORPI E A TRE CORPI PER IL  
CALCOLATORE IBM 1620. -

(Nota interna: n. 244)

Servizio Documentazione  
dei Laboratori Nazionali di Frascati del CNEN  
Casella Postale 70 - Frascati (Roma)

LNF-64/23

Nota interna: n° 244  
27 Maggio 1964

G. Verri: PROGRAMMI DI CALCOLO DELLE CINEMATICHE DELLE REAZIONI A DUE CORPI E A TRE CORPI PER IL CALCOLATORE IBM 1620.

#### 1 - CINEMATICA A DUE CORPI -

Si presenta un programma di calcolo che risolve la cinematica di una qualsiasi reazione a due corpi, del tipo  $a + b \rightarrow c + d$ , nel s. d. l. Si suppongono note le masse delle particelle interagenti, ed inoltre si fa l'ipotesi che la particella bersaglio  $b$  sia ferma nel s. d. l.

Data la lunghezza e il tipo del problema nonché la attuale capacità di memoria del calcolatore I. B. M. 1620, si è scelto come linguaggio di programmazione l'SPS (Symbolic Programming System) che permette, rispetto al linguaggio FORTRAN, una maggiore compattezza ed elasticità nella programmazione.

Poichè il programma non prevede limitazioni né per il valore delle masse delle particelle interagenti né per la energia della particella incidente, esso può essere usato per lo studio di qualsiasi tipo di reazione (decadimenti, fotoproduzioni, scattering elastici ed anelastici etc. ), ad energie relativistiche come pure ad energie non relativistiche.

E' possibile, mediante il programma, costruire delle tabelle per tutte le relazioni che interessano in un processo, quali ad esempio le relazioni angolo-energia, angolo-fattore di conversione delle sezioni d'urto, la correlazione angolare tra le particelle finali etc.

2.

L'uso del programma è relativamente semplice, in quanto le grandezze che devono essere inserite vengono sempre richieste dal calcolatore di volta in volta mediante messaggi sulla macchina da scrivere allegata.

Ogni volta che viene stampato un risultato la macchina specifica a quale grandezza esso si riferisce. Poichè il programma è stato scritto nel linguaggio SPS le grandezze numeriche, sia in entrata che in uscita, devono essere nel formato richiesto da questo tipo di linguaggio. In tale formato ogni numero è composto di 10 cifre delle quali le prime due sono la caratteristica e le rimanenti 8 la mantissa.

$\bar{Y}YXXXXXXXX$  (La prima cifra deve portare  
caratteristica mantissa il segno flag  $\bar{Y}$ )

Ades. volendo scrivere la massa del protone in MeV in questo formato, si avrà

$$m_p = 938,23 = .93823 \times 10^3$$

La potenza di 10 si somma algebricamente a 50 e si ottiene la caratteristica ( $\bar{53}$ ) mentre la mantissa si trascrive senza modifiche, per cui si ha

$$m_p = \bar{53}93823000$$

La presenza di un flag sull'ultima cifra della mantissa sta ad indicare che il numero è negativo. Esempio:

$$\bar{4}71895200\bar{0} = -.18952000 \times 10^{-3} = -1.8952 \times 10^{-4}$$

Gli angoli sono, sia in entrata che in uscita, in gradi e frazioni decimali di grado.

## 2 - CARATTERISTICHE DEL PROGRAMMA -

Relativamente allo schema  $a + b \rightarrow c + d$  il programma fornisce le seguenti grandezze:

A) Grandezze che dipendono solo dalle masse delle particelle interagenti.

- Q della reazione
- Energia di soglia

B) Grandezze che sono univocamente determinate dal valore dell'energia cinetica della particella incidente a:

- Velocità del baricentro
- Massima deflessione della particella finale c

- Energia minima della particella finale c
- Energia massima della particella finale c.

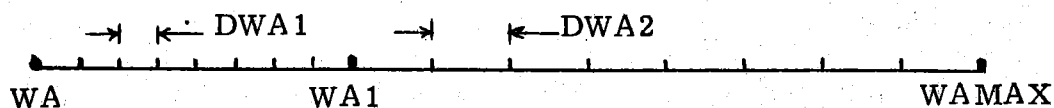
C) Grandezze che, per ogni valore dell'energia cinetica della particella incidente a, dipendono dall'angolo di emissione della particella finale c:

- 1) Angolo di emissione della particella c (nel s. d. l. ) (variabile indipendente)
- 2) Energia cinetica della particella c (nel s. d. l. ).
- 3) Fattore di conversione delle sezioni d'urto.
- 4) Secondo valore della energia cinetica della particella c (nel s. d. l. ), nel caso in cui sotto lo stesso angolo la particella c possa venire emessa con due diverse energie (come è noto, tale eventualità si verifica tutte le volte che la particella c ha un angolo limite di deflessione).
- 5) Fattore di conversione delle sezioni d'urto relativo al caso 4).
- 6) Angolo di emissione della particella d nel caso in cui la particella c ha energia 2).
- 7) Angolo di emissione della particella d nel caso in cui la particella c ha energia 4).

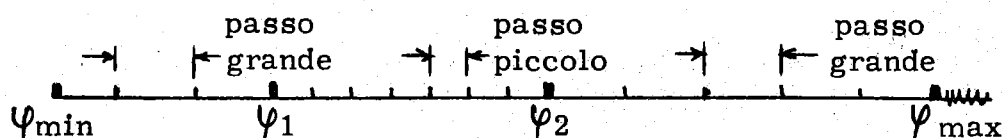
Le 7 grandezze relative al caso C) vengono stampate su sette colonne. In pratica queste 7 colonne non compariranno sempre; più precisamente le colonne 4), 5), 7), compariranno solo nel caso in cui sotto uno stesso angolo la particella c può venire emessa con due diverse energie, mentre la stampa delle colonne 6) e 7) è resa facoltativa mediante lo SW 1.

Una volta inseriti i valori delle masse e i passi di variazione delle energie e degli angoli, il calcolo procede automaticamente fino all'esaurimento di tutti i casi richiesti.

L'energia cinetica della particella incidente a può essere fatta variare da un minimo ad un massimo con passo variabile, secondo il seguente schema:



Anche l'angolo di emissione della particella c nel s. d. l. (che è la grandezza che funge da parametro) si può far variare da un minimo ad un massimo con passo variabile, secondo il seguente schema:



4.

Su queste grandezze l'unica limitazione è relativa a  $\theta_{\max}$ , che deve essere  $\leq$  dell'angolo massimo di emissione della particella c.

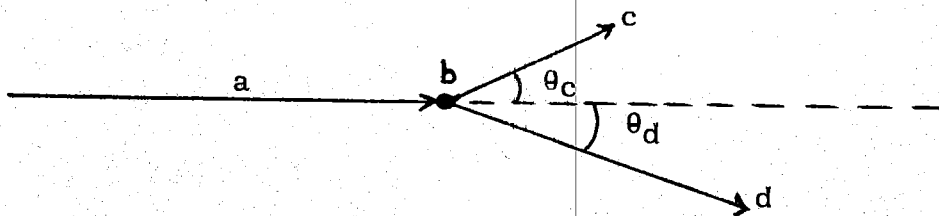
Ora poichè in alcuni processi, come ad esempio nei decadimenti, al crescere dell'energia decresce l'angolo massimo di emissione delle particelle prodotte, può tornare comodo poter inserire una diversa legge di variazione dell'angolo in corrispondenza di ogni diverso valore dell'energia della particella incidente.

L'uso dello SW 2 consente appunto questa possibilità, in quanto se durante il calcolo lo SW 2 è in posizione OFF viene usata sempre, per i diversi valori dell'energia, la stessa legge di variazione degli angoli, mentre se si trova in posizione ON il calcolatore si arresta prima della tabulazione chiedendo i nuovi passi di variazione degli angoli.

Tutto ciò che si è detto finora sarà comunque chiarito dall'esempio che si riporta in fondo alla nota.

### 3 - FORMULE USATE NEL PROGRAMMA -

Diamo in questo paragrafo le formule che sono state usate nel programma della cinematica a due corpi. Le grandezze precedute dall'asterisco sono quelle che vengono stampate.



$$M_I = m_a + m_b = \text{masse iniziali}$$

$$M_F = m_c + m_d = \text{masse finali}$$

$$* Q = M_I - M_F = Q \text{ della reazione}$$

$$|Q| = |M_I - M_F|$$

$$* W_{as} = |Q| \frac{M_I + \frac{1}{2} |Q|}{m_b} = \text{energia di soglia}$$

$$W_a = \text{energia cinetica della particella incidente}$$

$$E = W_a + M_I = \text{energia totale nel s. d. l.}$$

$$* \beta = \frac{\sqrt{2m_a W_a + W_a^2}}{E} = \text{velocità del baricentro}$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} = \text{fattore gamma}$$

$$\mathcal{E}_0 = \frac{E}{\gamma} = \text{energia totale nel s. d. b.}$$

$$E'_c = \frac{1}{2} \left[ \frac{-m_c^2 - m_d^2}{\mathcal{E}_0} + \mathcal{E}_0 \right] = \text{energia totale della particella c nel s. d. b.}$$

$$p' = \sqrt{(\mathcal{E}_0 - E'_c)^2 - m_d^2} = \text{quantità di moto di ciascuna delle due particelle finali nel s. d. b.}$$

$$V'_c = \frac{p'}{E'_c} = \text{velocità della particella c nel s. d. b.}$$

$$* \quad \psi_{\max} = \text{artg} \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{\left(\frac{\beta}{V'_c}\right)^2 - 1}} \quad \text{angolo di massima deflessione della particella c}$$

$$* \quad W_{c \min} = \gamma (E'_c - \beta p') - m_c \quad \text{energia cinetica minima della particella c.}$$

$$* \quad W_{c \max} = \gamma (E'_c + \beta p') - m_c \quad \text{energia cinetica massima della particella c.}$$

$$P_{C1} = \frac{\beta \frac{E'_c}{\gamma} \cos \vartheta_c + \sqrt{\left(\frac{E'_c}{\gamma}\right)^2 - m_c^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta_c)}}{1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta_c} \quad \begin{array}{l} \text{quantità di moto del} \\ \text{la particella c nel} \\ \text{s. d. l.} \end{array}$$

$$E_{c1} = \sqrt{P_{C1}^2 + m_c^2} = \text{energia totale della particella c nel s. d. l.}$$

$$* \quad W_{c1} = E_{c1} - m_c = \text{energia cinetica della particella c nel s. d. l.}$$

$$* \quad \left(\frac{d\Omega}{d\Omega'}\right)_{C1} = \left(\frac{p'}{P_{C1}}\right)^3 \gamma \left[1 + \frac{\beta}{V'_c} \cos \theta_{c'}\right] = \text{fattore di conversione degli angoli solidi}$$

$$P_{C2} = \frac{\beta \frac{E'_c}{\gamma} \cos \theta_c - \sqrt{\left(\frac{E'_c}{\gamma}\right)^2 - m_c^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \theta_c)}}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta_c} = \text{analogo di } P_{C1} \text{ per il caso con valori doppi dell'energia.}$$

$$E_{C2} = \sqrt{P_{C2}^2 + m_c^2} = \text{analogo di } E_{C1} \text{ per il caso con valori doppi dell'energia}$$

$$* \quad W_{C2} = E_{C2} - m_c = \text{analogo di } W_{C1} \text{ per il caso con valori doppi dell'energia}$$

$$* \quad \left(\frac{d\Omega}{d\Omega'}\right)_{C2} = \left(\frac{p'}{P_{C2}}\right)^3 \gamma \left[1 + \frac{\beta}{V'_c} \cos \vartheta_{1c'}\right] = \text{analogo di } \left(\frac{d\Omega}{d\Omega'}\right)_{C1} \text{ per il caso con valori doppi dell'energia}$$

6.

$$p_a = \sqrt{2m_a W_a + W_a^2} = \text{quantità di moto della particella incidente nel s. d. l.}$$

$$* \theta_{d1} = \text{artg} \frac{p_{C1} \text{sen } \nu_c}{p_a - p_{C1} \text{cos} \nu_c} = \text{angolo di emissione della particella d nel s. d. l.}$$

$$* \theta_{d2} = \text{artg} \frac{p_{C2} \text{sen } \nu_c}{p_a - p_{C2} \text{cos} \nu_c} = \text{analogo di } \theta_{d1} \text{ per il caso con valori doppi.}$$

#### 4 - ISTRUZIONI PER L'USO DEL PROGRAMMA -

Diamo ora in maniera alquanto dettagliata le istruzioni per l'uso del programma.

Occorre anzitutto sistemare il tabulatore della typewriter sulle posizioni 24, 36, 48, 60, 72, 84. Si fa leggere il programma, quindi, terminata la lettura, si preme lo START e la macchina chiede che vengano inserite mediante typewriter i valori delle masse delle particelle interagenti, cioè MA, MB, MC, MD. Si porrà MA = 0 nel caso che la particella incidente sia un fotone, ed MB = 0 nei decadimenti.

Ricordiamo che tutte le grandezze vanno inserite e vengono fornite nel formato richiesto dal linguaggio S. P. S.

Inseriti i valori delle masse viene stampato il Q della reazione e il valore dell'energia di soglia (ovvero la frase "La reazione non ha soglia"). Quindi la macchina chiede i passi di variazione dell'energia secondo lo schema già visto. Inseriti tali passi vengono stampate le seguenti grandezze relative al primo valore dell'energia:

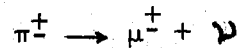
- Energia della particella incidente
- Velocità del baricentro
- Massima deflessione della particella c
- Energia minima della particella c
- Energia massima della particella c

A questo punto la macchina chiede i passi di variazione dell'angolo per poter iniziare la tabulazione. Inseriti tali passi secondo lo schema detto prima, il calcolo procede automaticamente ripetendo il ciclo fino all'ultimo valore dell'energia, cioè WAMAX, se lo SW2 è in posizione OFF. Occorre invece intervenire per variare i passi sugli angoli se lo SW2 è in posizione ON.

Esaurito il calcolo la macchina si predispone per un nuovo calcolo chiedendo ancora le masse delle nuove particelle interagenti.

## 5 - ESEMPI -

Consideriamo come esempio la disintegrazione in volo dei mesoni  $\pi^+$ , che avviene secondo lo schema



Si voglia studiare la reazione alle energie 50, 75, 100, 400, 700 MeV.

Lo schema di variazione delle energie darà allora, ricordando lo schema riportato in precedenza

WA	= 50	= 525000000
WA1	= 100	= 531000000
WAMAX	= 700	= 537000000
DWA1	= 25	= 522500000
DWA2	= 300	= 533000000

Inizialmente lo SW1 è in posizione ON (per ottenere gli angoli di emissione del neutrino) mentre lo SW2 è in posizione OFF.

I dati inseriti dall'operatore sono indicati dalle frecce, (v. es. 1).

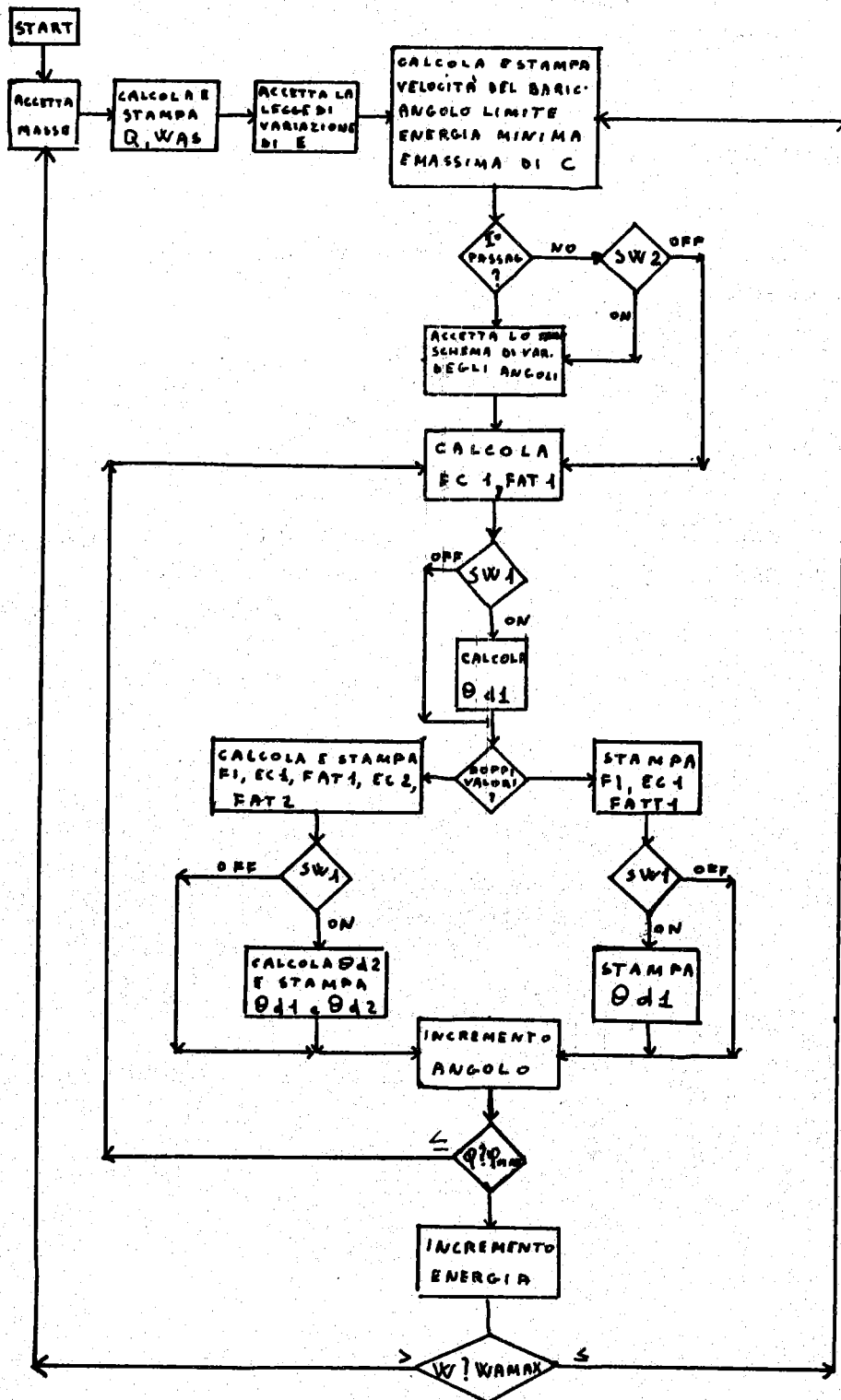
---

P. S. - A questo programma è stata apportata una aggiunta che permette di ottenere per ogni angolo della particella C nel s. d. l. il corrispondente angolo nel s. d. b. -

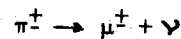


8.

6 - DIAGRAMMA A BLOCCHI -



ESEMPIO 1



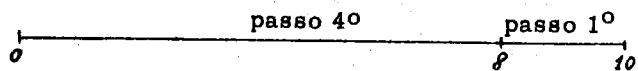
INSERIRE MA MB MC MD  
 5313963000 ←  
 0000000000 ←  
 5310570000 ←  
 0000000000 ←

Q = 5233930000  
 LA REAZIONE NON HA SOGLIA  
 INSERIRE WA  
 5250000000 ←  
 INSERIRE WA1, WAMAX, DWA1, DWA2  
 5310000000 ←  
 5370000000 ←  
 5225000000 ←  
 5330000000 ←

ENERGIA DELLA PARTICELLA INCIDENTE = 5250000000  
 VELOCITA DEL BARICENTRO = 5067662405  
 MASSIMA DEFLESSIONE = 5217871590  
 ENERGIA MINIMA DI C = 5216058100  
 ENERGIA MASSIMA DI C = 5270839310  
 INSERIRE FI MINIMO, FI MASSIMO, FI UNO, FI DUE, PASSO PICCOLO, PASSO GRANDE IN GRADI

0000000000 ←  
 5210000000 ←  
 5180000000 ←  
 5210000000 ←  
 5110000000 ←  
 5140000000 ←

si è scelta la seguente legge di variazione degli angoli



In questo caso abbiamo posto  $\psi_2 = \psi_{max}$

FI	EC1	FATT1	EC2	FATT2	TETAD1	TETAD2
0000000000	5270839220	4944438761	5216058170	5024325118	5318000000	5318000000
5140000000	5269338020	4944448834	5216338700	5023252926	5313816533	5136093685
5180000000	5264833880	4944215605	5217263230	5020060208	5310275205	5175366998
5190000000	5263232380	4944017209	5217625740	5018935680	5295123120	5186212447
5210000000	5261433860	4943706334	5218056870	5017680959	5287936838	5197692905

ENERGIA DELLA PARTICELLA INCIDENTE = 5275000000  
 VELOCITA DEL BARICENTRO = 5075945361  
 MASSIMA DEFLESSIONE = 5213979061  
 ENERGIA MINIMA DI C = 5228315070  
 ENERGIA MASSIMA DI C = 5297908580

FI	EC1	FATT1	EC2	FATT2	TETAD1	TETAD2
0000000000	5297908540	4929338619	5228315100	5013039968	5318000000	5318000000
5140000000	5295014080	4929217879	5228985470	5012208358	5312120613	5141768351
5180000000	5286210880	4928304476	5231330090	4995495108	5278830701	5189979999
5190000000	5283007080	4927703948	5232320370	4985948327	5270624809	5210441483
5210000000	5279330730	4926780225	5233566630	4975115894	5262993487	5212060119

ENERGIA DELLA PARTICELLA INCIDENTE = 5310000000  
 VELOCITA DEL BARICENTRO = 5081269448  
 MASSIMA DEFLESSIONE = 5211665097  
 ENERGIA MINIMA DI C = 5241201540  
 ENERGIA MASSIMA DI C = 5312434835

FI	EC1	FATT1	EC2	FATT2	TETAD1	TETAD2
0000000000	5312434830	4921281322	5241201570	4985369328	5318000000	5318000000
5140000000	5311956831	4921073199	5242446910	4977395293	5310492923	5145397281
5180000000	5310471088	4919471473	5247151890	4952866793	5260062711	5210199701
5190000000	5299042880	4918307532	5249377960	4943714902	5211838190	5212119269
5210000000	5292142590	4916272589	5252521600	4932833970	5244024736	5214544693

ENERGIA DELLA PARTICELLA INCIDENTE = 534000000

VELOCITA DEL BARICENTRO = 5096594394

MASSIMA DEFLESSIONE = 5143323163

ENERGIA MINIMA DI C = 5320745751

ENERGIA MASSIMA DI C = 5343000677

A questo punto si pone lo SW2 in ON perchè l'angolo limite risulta minore di FI MASSIMO, per cui occorre cambiare la legge di variazione degli angoli.

INSERIRE FI MINIMO, FI MASSIMO, FI UNO, FI DUE, PASSO PICCOLO, PASSO GRANDE IN GRADI

000000000 ←  
514000000 ←  
513000000 ←  
514000000 ←  
505000000 ←  
511000000 ←

FI	EC1	FATT1	EC2	FATT2	TETAD1	TETAD2
000000000	5343000646	4832214190	5320745774	4910224914	5318000000	5318000000
511000000	5342472792	4831995427	5320914825	4898282146	5280353965	5113194408
512000000	5340862978	4831101343	5321466686	4886155062	5243973722	5127590857
513000000	5338031332	4828471428	5322594064	4864841358	5227583929	5145367258
513500000	5335996185	4825443808	5323559052	4849693036	5221980764	5157324655
514000000	5333167272	4818930363	5325183361	4829220240	5216829047	5175213617

ENERGIA DELLA PARTICELLA INCIDENTE = 537000000

VELOCITA DEL BARICENTRO = 5098607528

MASSIMA DEFLESSIONE = 5127259732

ENERGIA MINIMA DI C = 5337794410

ENERGIA MASSIMA DI C = 5373143406

INSERIRE FI MINIMO, FI MASSIMO, FI UNO, FI DUE, PASSO PICCOLO, PASSO GRANDE IN GRADI

000000000 ←  
512500000 ←  
512000000 ←  
512500000 ←  
501000000 ←  
505000000 ←

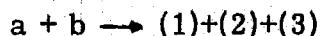
FI	EC1	FATT1	EC2	FATT2	TETAD1	TETAD2
000000000	5373143334	4812833398	5337794464	4839889676	5318000000	5318000000
505000000	5372619478	4812827672	5337965379	4838922358	5268630832	5066855750
511000000	5371033626	4812623386	5338504568	4835988461	5236766682	5113736602
511500000	5368319391	4812137134	5339511146	4830954996	5223738127	5121674902
512000000	5364264045	4810997699	5341250025	4823453781	5216452380	5131575126
512100000	5363243464	4810612985	5341740125	4821579904	5215292576	5134001427
512200000	5362128134	4810138599	5342303506	4819542546	5214183000	5136675880
512300000	5360898761	4795431952	5342960915	4817313553	5213122554	5139632167
512400000	5359518614	4787733797	5343748862	4814836693	5212070899	5143164285
512500000	5357923001	4777309703	5344733105	4812014846	5211000071	5147390514

INSERIRE MA MB MC MD

Il calcolatore attende i dati di una nuova reazione.

## 7 - CINEMATICA A TRE CORPI -

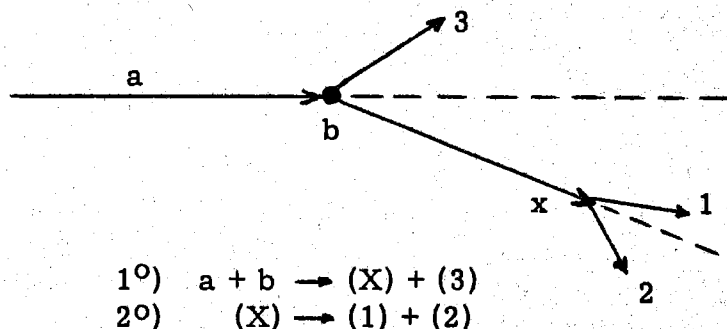
Questo programma risolve la cinematica delle reazioni del tipo



Per determinare tutta la cinematica di un processo di questo tipo non è sufficiente dare, come nel programma precedente, l'energia della particella incidente e le masse delle particelle interagenti. (Questo perchè le traiettorie delle tre particelle finali non giacciono in genere nello stesso piano nel s. d. l., per cui non è possibile stabilire una correlazione angolare tra di esse).

Per la soluzione del problema è necessario assegnare valori arbitrari ad alcuni dei parametri finali per conoscere gli altri.

Considereremo la reazione come avvenente in due tempi



Con questa schematizzazione praticamente si riduce il problema a tre corpi alla soluzione di due problemi a due corpi. In particolare, mentre la reazione globale non avviene in un piano, le due reazioni parziali che la compongono avvengono ciascuna in un piano di giacitura indipendente dall'altro.

Alla fittizia particella (X) viene assegnata una massa che dipenderà dall'angolo e dall'energia della particella (3).

Ovviamente dovrà essere  $M_X > m_1 + m_2$ , per cui si hanno delle limitazioni nella scelta dell'angolo e dell'energia della particella (3), come vedremo nel prossimo paragrafo.

## 8 - FORMULE USATE NEL PROGRAMMA -

Supponiamo note le masse  $m_a$ ,  $m_b$ ,  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , nonché l'energia cinetica  $T_a$  della particella incidente.

Considerando le particelle (1) e (2) come una sola particella di

10.

massa  $m_x = m_1 + m_2$ , si ha per l'angolo della particella (3) la limitazione

$$\vartheta_{3\max} = \sqrt{\frac{1 - \beta^2}{(\beta/V_3')^2 - 1}}$$

con

$$\beta = \frac{\sqrt{2m_a T_a + T_a^2}}{T_a + m_a + m_b} = \text{velocità del baricentro}$$

$V_3' = \frac{p'}{E_3'}$  = velocità della particella (3) nel s. d. b.

$p' = \sqrt{E_3'^2 - m_3^2}$  = q. di m. della particella (3) e X nel s. d. b.

$E_3' = \frac{1}{2} \left[ \frac{m_3^2 - m_x^2}{\epsilon_0} + \xi_0 \right]$  = energia totale della particella (3) nel s. d. b.

$\epsilon_0$  = energia totale nel s. d. b.

$E = T_a + m_a + m_b$  = energia totale nel s. d. l.

Una volta conosciuto l'angolo  $\vartheta_{3\max}$ , si fissa l'angolo sotto il quale si vuole esca la particella (3), con il che si determina anche l'energia della particella (3) nel s. d. l. A seconda che sia  $V_3' \geq \beta$  si hanno uno o due valori per tale energia.

$$P_{3I, II} = \frac{\beta \frac{E_3'}{\gamma} \cos \vartheta_3 \pm \sqrt{\left(\frac{E_3'}{\gamma}\right)^2 - m_3^2 (1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta_3)}}{1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta_3} \quad (\text{se il valore è uno solo va preso solo il segno +).}$$

$$E_{3I, II} = \sqrt{P_{3I, II}^2 + m_3^2} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$T_{3I, II} = E_{3I, II} - m_3$  = energia cinetica di (3) nel s. d. l.

Ora se consideriamo  $T_{3I}$  è  $T_{3II}$  come l'energia minima e massima con cui può essere emessa la particella (3) sotto l'angolo  $\vartheta_3$  fissato, la grandezza  $m_x$  diviene un parametro, che varierà da  $m_1 + m_2$  in su, al variare di  $T_3$  tra  $T_{3I}$  e  $T_{3II}$ .

Fissato il valore dell'energia  $T_3$  che si attribuisce alla particella (3); restano univocamente determinate massa, energia ed angolo della particella X.

Ricaviamo ora queste grandezze. Si ha:

$$p_a = \sqrt{2m_a T_a + T_a^2} = q \cdot \text{di m. della particella a nel s. d. l.}$$

$$p_3 = \sqrt{2m_3 T_3 + T_3^2} = q \cdot \text{di m. della particella (3) nel s. d. l.}$$

Le leggi di conservazione danno

$$\begin{cases} p_x \cos \vartheta_x = p_a - p_3 \cos \vartheta_3 \\ p_x \sin \vartheta_x = p_3 \sin \vartheta_3 \\ T_a + m_a + m_b = T_x + T_3 + m_x + m_3 \end{cases}$$

Con le posizioni  $E_x = T_x + m_x$ ,  $E_I = T_a + m_a + m_b$ ,  $E_3 = T_3 + m_3$  l'ultima equazione diventa:

$$E_x = E_I - E_3$$

Dalle prime due si ricava

$$p_x^2 = p_a^2 + p_3^2 - 2p_a p_3 \cos \vartheta_3$$

quindi

$$m_x = \sqrt{E_x^2 - p_x^2} = \sqrt{E_I^2 + m_3^2 - 2E_I E_3 - p_a^2 + 2p_a p_3 \cos \vartheta_3}$$

che è il valore cercato della massa della particella (X).

La sua energia cinetica sarà:

$$T_x = E_I - E_3 - m_x$$

e l'angolo di emissione rispetto alla direzione della particella a

$$\theta_x = \text{artg} \frac{p_3 \sin \theta_3}{p_a - p_3 \cos \theta_3}$$

Il fattore di conversione delle sezioni d'urto è

$$F_x = \left(\frac{p'}{p_x}\right)^3 \gamma \left[1 + \beta \frac{E'_x}{p'} \cos \theta'_{x-}\right]$$

E' così completato lo studio della prima delle due parti in cui è stato schematizzato il processo totale. Ci si riduce ora a considerare una massa  $M_x$  con energia cinetica  $T_x$  che decade in due particelle di masse rispettive  $m_1$  ed  $m_2$

$$(X) \rightarrow (1) + (2)$$

Relativamente a questa seconda parte del processo totale si intende trovare, al variare di  $\theta'_1$  (che è l'angolo di emissione della particella (1) nel sistema solidale ad X, cioè nel s. d. b. delle particelle (1) e (2)), energia, fattore di conversione ed angolo di emissione nel s. d. l. per entrambe le particelle finali.

Analogamente al caso della cinematica a due corpi, si ha:  
 $\mathcal{E} = T_x + m_x =$  energia totale nel s. d. l. = energia totale della particella  
 (X) nel s. d. l.

$$p = \sqrt{E_x^2 - m_x^2} = p_x = q. \text{ di m. totale iniziale} = q. \text{ di m. della particella} \\ \text{(X) nel s. d. l.}$$

$$\beta = p/\mathcal{E} = \text{velocità del baricentro}$$

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$$

$$\mathcal{E}_0 = \mathcal{E}/\gamma \text{ energia totale nel s. d. b.}$$

$$E'_1 = \frac{1}{2} \left[ \mathcal{E}_0 + \frac{m_1^2 - m_2^2}{\mathcal{E}_0} \right] = \text{energia totale della particella (1) nel s. d. b.}$$

$$E'_2 = \mathcal{E}_0 - E'_1 = \text{energia totale della particella (2) nel s. d. b.}$$

$$p' = \sqrt{E_1'^2 - m_1^2} = \sqrt{E_2'^2 - m_2^2} = q. \text{ di m. delle particelle (1) e (2) nel} \\ \text{s. d. b.}$$

$$\theta_1 = \text{artg} \frac{p' \text{sen} \theta_1'}{\gamma(p' \text{cos} \theta_1' + \beta E_1')} = \text{angolo della particella (1) nel s. d. l.}$$

$$\text{con} \begin{cases} p_1 \text{sen} \theta_1 = p' \text{sen} \theta_1' \\ p_1 \text{cos} \theta_1 = \left[ p' \text{cos} \theta_1' + \beta E_1' \right] \gamma \end{cases}$$

$$\theta_2 = \text{artg} \frac{p' \text{sen} \theta_1'}{\gamma \left[ \beta E_2' - p' \text{cos} \theta_1' \right]} = \text{angolo della particella (2) nel s. d. l.}$$

$$p_1 = \sqrt{(p_1 \text{cos} \theta_1)^2 + (p_1 \text{sen} \theta_1)^2}$$

$$p_2 = \sqrt{(p_2 \text{cos} \theta_2)^2 + (p_2 \text{sen} \theta_2)^2}$$

$$T_1 = \sqrt{p_1^2 - m_1^2} - m_1$$

$$T_2 = \sqrt{p_2^2 - m_2^2} - m_2$$

$$F_1 \text{ parziale} = \left( \frac{p'}{p_1} \right)^3 \gamma \left[ 1 + \beta \frac{E_1'}{p'} \text{cos} \theta_1' \right]$$

$$F_2 \text{ parziale} = \left( \frac{p'}{p_2} \right)^3 \gamma \left[ 1 - \beta \frac{E_2'}{p'} \text{cos} \theta_2' \right]$$

fattori di conversione  
 parziali relativi  
 al solo decadimento.

Per trovare il fattore di conversione relativo al processo totale bisogna moltiplicare questi fattori per quello trovato nella prima parte relativo alla particella X.

## 9 - ESEMPIO ED ISTRUZIONI PER L'USO DEL PROGRAMMA -

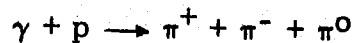
I dati da inserire nel corso del programma sono:

- le masse delle 5 particelle
- l'energia cinetica della particella a
- l'angolo e l'energia attribuiti dalla particella (3)
- il passo angolare su  $\theta_1'$

Nell'esempio riportato questi dati sono indicati dalle frecce. (v. esempio 2).

Istruzioni più dettagliate non sono necessarie, in quanto dall'esempio seguente risulta chiaro il modo di procedere.

Come esempio si è considerata la reazione



con  $E_\gamma = T_a = 800 \text{ MeV}$ .

Rimane da dire che la stampa delle grandezze TETA1 e TETA2 può essere evitata ponendo lo SW1 in posizione OFF.

Al termine del calcolo la macchina torna ad accettare le masse di una nuova reazione se lo SW2 è in OFF, mentre va ad accettare un nuovo angolo  $\theta_3$  per il processo in corso se lo SW2 è in ON.



INSERIRE MA MB M1 M2 M3  
 000000000 ←  
 5393823000 ←  
 5313963000 ←  
 5313963000 ←  
 5393823000 ←

INSERIRE TA  
 5380000000 ←

MASSIMA DEFLESSIONE DI 3 = 5261817085  
 INSERIRE TETA3  
 5225000000 ←

ENERGIA MINIMA DI 3 = 5117963900  
 ENERGIA MASSIMA DI 3 = 5333913560  
 INSERIRE T3 COMPRESO TRA I LIMITI PRECEDENTI  
 5318500000 ←

MX = 5350235647  
 ENERGIA DELLA PARTICELLA X = 5311264353  
 DEFLESSIONE DELLA PARTICELLA X = 5247362340  
 FATTORE DI CONVERSIONE = 5055578886

VELOCITA DEL BARICENTRO = 5046023828

INSERIRE IL PASSO ANGOLARE

5210000000 ←

ANGOLO	ENERGIA 1	FATTORE 1	ENERGIA 2	FATTORE 2	TETA 1	TETA 2
000000000	5331532177	5012923214	5220418140	5139597219	0000000000	0000000000
5210000000	5331308163	5013054575	5222658260	5134650364	5148295361	5225998926
5220000000	5330642933	5013457297	5229310580	5125047911	5197043635	5248667384
5230000000	5329556696	5014153385	5240172940	5116998751	5214671197	5267156106
5240000000	5328082458	5015206477	5254915320	5111663478	5219779702	5232184175
5250000000	5326265013	5016678098	5273089760	5083007194	5225084219	5285323571
5260000000	5324159586	5018683094	5294144050	5061358756	5230645848	5274666144
5270000000	5321830144	5021406758	5311743847	5046970993	5236535132	5265367406
5280000000	5319347471	5025087909	5314226522	5037090374	5242835670	5257104230
5290000000	5316786997	5030116344	5316786998	5030116340	5249649337	5249649337
5310000000	5314226525	5037090371	5319347468	5025087915	5257104221	5242835677
5311000000	5311743850	5046970985	5321830141	5021406760	5265367395	5236535140
5312000000	5294144090	5061358728	5324159583	5018688098	5274666133	5230645856
5313000000	5273089780	5083007155	5326265012	5016678099	5285323560	5225084225
5314000000	5254915340	5111668474	5328082457	5015206479	5282184187	5219779709
5315000000	5240172960	5116998745	5329556695	5014158386	5267156129	5214671205
5316000000	5229310590	5125047903	5330642932	5013457298	5248667419	5197043721
5317000000	5222658280	5134650334	5331308164	5013054574	5225998970	5148295452
5318000000	5220418150	5139597215	5331532177	5012923215	0000000000	0000000000